

Pracovní list P05 - FINANČNÍ MATEMATIKA

Finanční matematika se zabývá ukládáním a půjčováním peněz, pojišťováním, odhady rizik apod.

Důležité pojmy:

Spoření - Při spoření vkladatel uloží do banky své peníze (fakticky své peníze bance půjčí). Banka s takto získanými penězi podniká a za vypůjčení vkladateli platí tím, že mu vrátí více peněz, než si půjčil (úrok).

Jistina – Vložená částka, která není majetkem banky, ale stále zůstává majetkem vkladatele.

Úrok – Částka, kterou banka platí vkladateli za to, že si u ní peníze uložil (za to, že je bance půjčil), udává se v % vložené částky.

Roční úroková míra – částka v % udávající velikost úroku za uložení peněz na jeden rok. Při roční úrokové míře 3 % zaplatí banka vkladateli za uložení 100 000 Kč po dobu jednoho roku 3 000 Kč. Pokud si tento vkladatel své peníze po roce vybere z banky, dostane místo vložených 100 000 Kč 103 000 Kč.

Úrokovací období – doba, po které banka vypočte a přičítá vkladateli úroky. Obvykle se úrokuje po jednom roce, ale časté je i měsíční nebo dokonce denní (na běžných účtech) úrokování.

Úrokovací doba – doba, po kterou vkladatel bance peníze půjčuje.

Výpovědní lhůta – protože banka půjčené peníze investuje, potřebuje dopředu vědět, kdy bude muset peníze vrátit. Proto musí vkladatel ve většině případů dopředu oznámit, kdy bude peníze vybírat. Tato doba se nazývá výpovědní lhůta. Pokud potřebuje v nutném případě vkladatel peníze vybrat dříve, musí bance zaplatit pokutu. V případě vkladů s delší výpovědní lhůtou (například dva roky) je běžné, že vkladatel vypoví vklad ihned při jeho vložení.

daň z příjmu – příjmy z úroků patří mezi příjmy, ze kterých se platí daň. V současné době v jednotné výši 15 %.

Jednoduché úrokování - Při jednoduchém úrokování se úrok nepřidává k vložené částce a banka ho neuročí. Při jednoduchém úrokování nezáleží na délce úrokovacího období.

Složené úrokování - úroky banka přičítá k jistině a v dalším období platí i úroky i z nich. Častější než jednoduché.

Př. 1: Pavel uložil 50 000 Kč u banky na termínovaný vklad s roční úrokovou mírou 3 %. Úrokovací období vkladu je 1 rok. Kolik Kč zaplatí banka Pavlovi na úrocích za jeden rok? Kolik Kč zbude po zdanění? Pavel bude mít peníze uložené v bance po dobu pěti let.

Úroky banka nepřipisuje ke vkladu, ale posílá je Pavlovi na jeho běžný účet. Urči jeho majetek vždy na konci roku.

Úrok, který zaplatí banka za 1 rok:

Úrok po zdanění:

	Výpočet	Celkový majetek
po 1. roce:		
po 2. roce:		
po 3. roce:		
po 4. roce:		
po 5. roce:		

Chování vkladatele v předchozím příkladě je příkladem rentiérského chování = vložíme do banky určitou částku a žijeme v úrocích.

Př. 2: Jakou částku by bylo nutné uložit v bance na úrok 3%, aby roční úrok dosáhl 120 000 Kč (tedy 10 000 Kč na měsíc)?

Pokud chceme, aby nám banka vyplácela každý měsíc 10 000 Kč na úrocích, musíme mít na 3% úrok uloženo _____ korun.

Př. 4: Pavel uložil 50 000 Kč u banky na termínovaný vklad s roční úrokovou mírou 3 %. Úrokovací období vkladu je 1 rok, Pavel bude mít peníze uložené v bance po dobu pěti let, **úroky banka připisuje ke vkladu.** Urči jeho majetek vždy na konci roku.

	Výpočet
po 1. roce:	
po 2. roce:	
po 3. roce:	
po 4. roce:	
po 5. roce:	

Pokud uložíme do banky částku C na n let s roční úrokovou mírou p procent a úrokovacím obdobím 1 rok. Pak po n letech při 15% zdanění uspoříme:

Př. 5: Jakou částku by Pavel našetřil, kdyby peníze za podmínek z předchozího uložil na 20 let? Jakou částku by ušetřil, kdyby úroková míra stoupla na 4,5 % ?

Inflace – znehodnocování hodnoty peněz. Jaká je aktuální meziroční míra inflace za loňský rok?

$$\text{Je-li průměrná roční míra inflace } p \text{ procent a máme-li částku } I_0 \text{ pak po } n \text{ letech bude mít tato částka hodnotu } I = \frac{I_0}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n}$$

Př. 6: Urči hodnotu 100 000 Kč po deseti letech, pokud se bude průměrná hodnota inflace v tomto období rovnat 3 %.

Př. 7: Pavel si na konci roku 2008 (pro jednoduchost předpokládáme 31.12. 2008) založil osobní konto s roční úrokovou mírou 4 % a měsíčním úrokovacím obdobím. Při založení účtu uložil 2 000 Kč a stejnou částku pak ukládal na konci každého dalšího měsíce. Urči, jakou částku si tímto způsobem našetří za 5 let. Jakou část z našetřené částky tvoří jeho vklady a jakou úroky zaplacené banky?

	Výpočet
po 1. měsíci:	
po 2. měsíci:	
po 3. měsíci:	

Naspořená částka je tvořena členy posloupnosti a její hodnota je jejich součtem. Lze použít vzorec pro
Potřebujeme:

a_1 : q : Počet členů: Vztah:

Dosazení: Celkem: z toho vložil Pavel a banka

Pokud vkladatel uloží na začátku úrokovacího období částku I_0 a pak ukládá pravidelně na konci každého úrokovacího období stejnou částku I_0 , pokud je úroková míra pro dané úrokovací období p , daň z úroků je 15 %, naspoří vkladatel po uplynutí n úrokovacích období částku S , která je dána vztahem:

$$S = I_0 \cdot \frac{\left(1 + 0,85 \cdot \frac{p}{100}\right)^{n+1} - 1}{0,85 \cdot \frac{p}{100}}$$

Př. 8: Urči, jakou částku by Pavel musel měsíčně spořit za stejných podmínek, aby za uvedených 20 let naspořil 1 500 000 Kč, a jakou hodnotu vzhledem k dnešním cenám tato částka bude mít. Předpokládej průměrná roční míru inflaci 2,5 %.

Př. 9: Banka poskytla podnikateli koncem roku 2007 úvěr na 10 let ve výši 1 000 000 Kč. Roční úroková míra úvěru je 15 % (úrokovací období je jeden rok) a podnikatel ho má splatit v deseti stejných splátkách vždy na konci roku. Urči výši jedné splátky. Kolik peněz zaplatí podnikatel na úrocích? *Sleduj stav dluhu po jednotlivých rocích a odvod' vztah pro výpočet splátky stejně jako v předchozích příkladech.*