Pracovní list P04 – Geometrická posloupnost

Úloha 1: HDP (hrubý domácí produkt) České republiky dosáhl v roce 2008 hodnoty 353 701 Kč na jednoho obyvatele. Jaké hodnoty by dosáhl v roce 2016, pokud by rostl stálým tempem 3% ročně?

Na začátku: ………………. v roce 2009: ………………… v roce 2010: ………………… v roce 2011: …………………

v roce 2012: ………………… v roce 2013: ………………… v roce 2014: ………………… v roce 2015: …………………

v roce 2016: ………………… Jak bychom popsali tuto posloupnost rekurentně? ……………………………………………

Definice: Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ se nazývá **geometrická**, právě když existuje takové **reálné** číslo **q**, že pro každé přirozené číslo **n** platí $a_{n+1}=a_n.q$. Číslo q se nazývá **kvocient posloupnosti**.

Úloha 2: Určete, které z následujících posloupností jsou geometrické. U geometrických posloupností určete kvocient.

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, … 2, 4, 8, 16, 32, 64 … 1, -1, 1, -1, 1, -1, … 4; 2; 1; 0,5; 0,25; 0,125 …

9/4, ½, 1/9, 2/81, …. π, 2π, 3π, 4π, 5π, 6π, … 1, √2, 2, 2√2, 4, 4√2, … -π/4, π/2, -π, 2π, -4π, 8π,…

Úloha 3: Dokaž, že posloupnost $(5.2^{n+1})_{n=1}^{\infty}$ je geometrická.

Úloha 4: Napiš prvních pět členů následujících geometrických posloupností. Které z těchto posloupností jsou zároveň aritmetické?

$a_1 = 1$, $q = -2$ $a_1 = \pi$, $q = 0$ $a_1 = 5$, $q = -1$ $a_1 = 0$, $q = 0$

Zkus odvodit vzorec pro n-tý člen geometrické posloupnosti pouze pomocí hodnoty prvního členu a kvocientu. Rozepiš si postupně hodnoty prvních několik členů a pak vyslov hypotézu:

a_1 $a_2= a_1.q$ $a_3= a_2.q=$ . . . . $a_4= a_3.q=$ . . . . $a_5= a_4.q=$ . . . .

Hypotéza: $a_n=$ . . . .

Věta: V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ s kvocientem q platí pro každé n∈N: **a_n=**

Úloha 5: U následujících geometrických posloupností sestav vzorec pro n-tý člen, najdi rekurentní vyjádření a urči a_6.

a_1, q	$a_1=2$, $q= 2$		
n-tý člen		$[3(-1)^{n-1}]_{n=1}^{\infty}$	
Rekurentní vyjádření.			$a_1=\sqrt{3}$; $a_{n+1}=a_n\sqrt{3}$, n∈N
a_6			

Úloha 6: Pro geometrickou posloupnost platí $a_5 = 0.5$; $q = 2$. Urči člen a_9 aniž bys určoval první člen. Kolikrát je třeba vynásobit kvocientem 5. člen?

Věta: V geometrické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ s kvocientem q platí pro všechna r, s∈N: **a_s=**

Úloha 7:

Je dána geom. posloupnost, ve které známe $a_5=2.5$, $a_{10}=80$. Urči q, a_1, a_8

q= a_1= a_8=

Je dána geom. posloupnost, ve které známe $a_4=1$, $a_9= 9\sqrt{3}$. Urči q, a_1, a_6

q= a_1= a_6=

Věta: Pro součet prvních n členů **geometrické posloupnosti** $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ tedy pro $a_1+a_2+a_3+ \dots + a_{n-1}+a_n$ platí $S_n = a_1 . \frac{q^n-1}{q-1}$

Důkaz je snadný a můžete si ho přečíst na realisticky.cz. A kdyby někdo potřeboval body, může nám ho předvést v hodině.

Úloha 8: Urči součet:

prvních osmi členů geometrické řady $a_1=2$; $q = \sqrt{3}$

všech nezáporných celočíselných mocnin dvou menších než 100.

Úloha 9: Urči a_1 a q geometrické posloupnosti, pro kterou platí $a_1 - a_3 = -16$; $a_1 + a_2 = 8$

Úloha 10: Vyřeš rovnici: $x - 3x + 9x - 27x + \dots + 729x = 2735$

Zpracoval Mgr. Petr Vanický na základě lekce 8.2.7 - 8.2.9 na serveru Realisticky.cz *(http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=79)*
Zdroje: KRYNICKÝ, Martin. Aritmetická a geometrická posloupnost. Realisticky.cz [online]. 2010 [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=79