

Pracovní list P03 – Aritmetická posloupnost

Úloha 1: V továrně dokončí každou hodinu montáž 3 automobilů. Na začátku směny bylo ve skladu 5 automobilů. Kolik hotových automobilů bude na skladě po 8 hodinách? Příklad řeš jako rekurentní posloupnost.

Na začátku: Po 1. hodině: Po 2. hodině: Po 3. hodině:
 Po 4. hodině: Po 5. hodině: Po 6. hodině: Po 7. hodině:
 Po 8. hodině: Jak bychom popsali tuto posloupnost rekurentně?

Definice: Posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ se nazývá **aritmetická**, právě když existuje takové **reálné číslo d**, že pro každé přirozené číslo **n** platí $a_{n+1}=a_n+d$. Číslo **d** se nazývá **diference posloupnosti**.

Úloha 2: Určete, které z následujících posloupností jsou aritmetické. U aritmetických posloupností určete diferenci.

3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... -4, -14, -24, -34, -44, ... 1, 2, 4, 8, 16, 32, ... 1,78; 1,87; 1,96; 2,05; 2,14; ...

2, 3, 5, 8, 12, 17, $\pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, 5\pi, 6\pi, \dots$ $1, \sqrt{2}, 2, \sqrt{3}, 3, \sqrt{4}, 4, \dots$ 100, 77, 54, 31, 18, -5, -28, ...

Úloha 3: Dokaž, že posloupnost $(3n - 1)_{n=1}^{\infty}$ je aritmetická.

Zkus odvodit vzorec pro n-tý člen aritmetické posloupnosti pouze pomocí hodnoty prvního členu a diference. Rozepiš si postupně hodnoty prvních několik členů a pak vyslov hypotézu:

$a_1 = a_1$ $a_2 = a_1 + d$ $a_3 = a_2 + d = \dots$ $a_4 = a_3 + d = \dots$ $a_5 = a_4 + d = \dots$

Hypotéza: $a_n = \dots$

Věta: V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ s diferencí **d** platí pro každé $n \in \mathbb{N}$: **$a_n =$**

Úloha 4: U následujících aritmetických posloupností sestav vzorec pro n-tý člen, najdi rekurentní vyjádření a urči a_{13} .

a_1, d	$a_1=4, d= -2$		
n-tý člen		$[7 + (n - 1)2]_{n=1}^{\infty}$	
Rekurentní vyjádření.			$a_1 = \pi; a_{n+1} = a_n + 2\pi, n \in \mathbb{N}$
a_{13}			

Úloha 5: Pro aritmetickou posloupnost platí $a_1 = 2, d = 5$. Který člen posloupnosti je roven číslu 77?

Úloha 6: Pro aritmetickou posloupnost platí $a_5 = 3$; $d = 2$. Urči člen a_9 aniž bys určoval první člen. Kolik diferencí je třeba připočítat k 5. členu?

Věta: V aritmetické posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ s diferencí d platí pro všechna $r, s \in \mathbb{N}$: **$a_s = a_r +$**

Je dána arit. posloupnost, ve které známe $a_4=6$, $a_{11}=34$. Urči d , a_1 , a_8

Je dána arit. posloupnost, ve které známe $a_7=2$, $a_{10}=-2$. Urči d , a_1 , a_{20}

$d=$

$a_1=$

$a_8=$

$d=$

$a_1=$

$a_{20}=$

Věta: Pro součet prvních n členů a **aritmetické posloupnosti** $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ tedy pro $a_1+a_2+ a_3+ \dots + a_{n-1}+a_n$ platí $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

Slyšeli jste někdy historku o malém C. F. Gaussovi, který dokázal v hodině matematiky sečíst velmi rychle všechna čísla od 1-100? Jak to udělal?

Úloha 7: Urči součet všech dvouciferných sudých čísel

trojciferných násobků 7

Úloha 8: Urči a_1 a d aritmetické posloupnosti, pro kterou platí $a_5 + a_2 = 22$; $a_7 - a_3 = -16$. Máme 6 neznámých, ale jen dvě rovnice, co s tím? Nemůžeme si něco vyjádřit pomocí něčeho jiného?

Úloha 9: Urči a_1 a d aritmetické posloupnosti, pro kterou platí $s_5 = s_6 = 60$.

Úloha 10: V obchodě staví propagační pyramidu z plechovek. Kolik plechovek bude na pyramidu potřeba, pokud nejnižší řada obsahuje 25 plechovek a každá další řada má o jednu plechovku méně?