

## Pracovní list P02 – Vlastnosti posloupností

**Opakování:** Funkce  $f(x)$  se nazývá **rostoucí**, právě když pro všechna  $x_1, x_2$  z definičního oboru platí:

je-li  $x_1 < x_2$  pak  $f(x_1) < f(x_2)$ . Funkce  $f(x)$  se nazývá **klesající**, právě když pro všechna  $x_1, x_2$  z definičního oboru platí:

je-li  $x_1 < x_2$  pak  $f(x_1) > f(x_2)$

**Úloha 1:** Na základě předchozího opakování zkus zformulovat definici rostoucí a klesající posloupnosti. Využij přitom značení obvyklé pro posloupnosti.

Posloupnost ..... se nazývá rostoucí, právě když pro

**Definice:** Posloupnost ..... je **rostoucí**, právě když pro všechna  $n$  ..... platí

Posloupnost ..... je **klesající**, právě když pro všechna  $n$  ..... platí

**Úloha 2:** Rozhodni, které z následujících posloupností jsou rostoucí nebo klesající. *Nápověda: Zkuste nejprve vypsát několik prvních členů a odhadnout, jaká posloupnost je. Poté svůj odhad zkuste dokázat pomocí nerovnosti mezi  $a_n$  a  $a_{n+1}$*

$$([-2]^n)_{n=1}^{\infty}$$

$$(3n - 1)_{n=1}^{\infty}$$

$$\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

Členy: .....  
.....

Odhad: .....  
.....

Důkaz:

**Úloha 3:** Rozhodni, zda je posloupnost  $a_1 = 4; a_{n+1} = a_n - 2; n \in \mathbb{N}$  rostoucí nebo klesající.

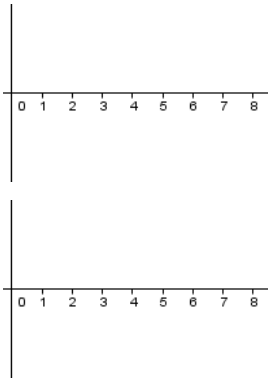
**Úloha 4:** Rozhodni, zda je posloupnost  $([1 - n]^2)_{n=1}^{\infty}$  rostoucí nebo klesající.

**Úloha 5:** Rozhodni, zda je posloupnost  $\left(\frac{n}{n-9,5}\right)_{n=1}^{\infty}$  rostoucí nebo klesající.

Vzpomeň si na definici nerostoucí a neklesající funkce a doplň následující definici

**Definice:** Posloupnost \_\_\_\_\_ je **nerostoucí**, právě když pro všechna  $n$  \_\_\_\_\_ platí

Posloupnost \_\_\_\_\_ je **neklesající**, právě když pro všechna  $n$  \_\_\_\_\_ platí



Jaký je vztah mezi rostoucími a neklesajícími posloupnostmi? A co platí pro posloupnosti klesající a nerostoucí?

Každá rostoucí posloupnost je ..... a každá klesající posloupnost je .....

**Úloha 6:** Říkájí věty: „Posloupnost je nerostoucí“ a „Posloupnost není rostoucí“ to samé? Demonstruj obrázkem.

Odpověď: ANO / NE Protože .....

Vzpomeň si na definici shora omezené funkce a doplň následující definici

**Definice:** Posloupnost \_\_\_\_\_ je **shora omezená**, právě když existuje \_\_\_\_\_ takové, že pro všechna  $n$  \_\_\_\_\_ platí

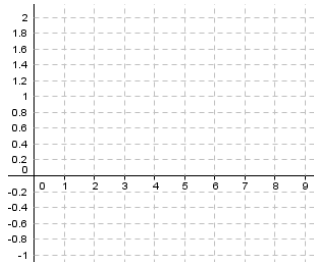
Posloupnost \_\_\_\_\_ je **zdola omezená**, právě když existuje \_\_\_\_\_ takové, že pro všechna  $n$  \_\_\_\_\_ platí

**Úloha 7:** Zjisti, které z následujících posloupností jsou shora omezené, zdola omezené a které jsou omezené.

$$([-1]^n n^2)_{n=1}^{\infty}$$

$$\left(\frac{2n-1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

$$\left([-1]^n \left(\frac{1}{n}\right)\right)_{n=1}^{\infty}$$



**Úloha 8:** Rozhodni, zda jsou následující posloupnosti omezené (omezené shora nebo zdola). Pokud ano, urči na jaké intervaly.

$$\left(\frac{5n+1}{3n}\right)_{n=1}^{\infty}$$

$$\left([-1]^n \left(\frac{3n-1}{2n}\right) + 3\right)_{n=1}^{\infty}$$