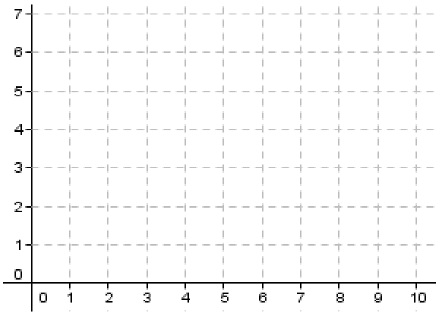
Pracovní list P01 – Posloupnost a její zadání

Definice: Funkce na množině A⊂R je předpis, který každému číslu z množiny A přiřazuje právě jedno reálné číslo. Množinu A nazýváme **definiční obor funkce**.

Úloha 1: Je dána funkce f(x) = 1 + 0,5x , x∈**N** . Zapiš do tabulky prvních 6 funkčních hodnot této funkce. Sestroj graf této funkce.

x	1	2	3	4	5	6
y						



Úloha 2: Je dána funkce g(x), x∈{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8}. Hodnotou funkce g(x) je počet všech dělitelů čísla (tedy včetně jedničky a čísla x). Zapiš tabulku hodnot a sestroj graf funkčních hodnot této funkce. Graf sestroj do stejného obrázku jako úlohu 1, ale jinou barvou.

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y								

Úvaha: Co mají předchozí funkce společného? Můžeme odpovědět na otázky typu: Jaké jsou první 3 hodnoty? Kolik je 5. hodnota? A po ní následující hodnota? A předchozí hodnota?
A šlo by totéž pro funkce s definičním oborem **R**?...

Definice: Každá funkce, jejímž definičním oborem je množina …… všech ………………………. čísel, se nazývá **nekonečná posloupnost**. Každá funkce, jejíž definiční obor je množina všech …………………… čísel n ≤n_0 , kde n_0 je pevně dané číslo z ……… , se nazývá **konečná posloupnost.**

Pozor: Pro zápis posloupností se používá jiný způsob než pro funkce. Doplň si význam jednotlivých prvků zápisu.

$$\left(\frac{n}{n+1}\right)_{n=1}^{6}$$

Úloha 3: Vypiš všechny členy posloupnosti uvedené vlevo.

Tomuto způsobu zápisu říkáme, že **posloupnost je určena vzorcem pro n-tý člen**! Posloupnosti je možné zadat i tak, že vypíšeme všechny její prvky. Takovému způsobu se říká **posloupnost zadaná výčtem prvků**.

Úloha 4: Doplň následující tabulku.

Vzorec pro n-tý člen	**Výčet prvků**		**Vzorec pro n-tý člen**	**Výčet prvků**
	1;2;4;8;16;32		$(2n+1)_{n=1}^{8}$	
	3;6;9;12;15		$\left(\sin(n\frac{\pi}{2})\right)_{n=1}^{\infty}$	
$\left(n.\sqrt{2}\right)_{n=1}^{6}$				-3; 3; -3; 3; -3; 3; -3; 3; -3; 3

Úloha 5: Pro zadané posloupnosti urči členy: a_3, a_5, a_k, a_{k+1}, a_{n-2}

Posloupnost	a_3	a_5	a_k	a_{k+1}	a_{n-2}
2; 4; 6; 8; 10; 12; 14					
1; -2; 3; -4; 5; -6; 7					
$\left(\frac{2n}{n+1}\right)_{n=1}^{8}$					
$\left((-1)^n[n^2+2n]\right)_{n=1}^{8}$					
$\left(3^{n-5}\right)_{n=1}^{\infty}$					

Úloha 6: Napiš prvních pět členů posloupnosti $(6-2n)_{n=1}^{\infty}$. Zkus najít jiné vyjádření posloupnosti než pomocí vzorce pro n-tý člen. *Co třeba se podívat na vztah mezi sousedními členy? Stačí to k úplnému a přesnému vyjádření této posloupnosti?*

....

Tomuto způsobu zápisu říkáme, **rekurentní zadání posloupnosti**. Potřebujeme k němu znát

....

Úloha 7: Je dána posloupnost 2; -3; -7; √3; π; π²; 0,568; 2015; 0,5. Urči čísla: a_{n+1} ; n ; a_{n+2}; a_{n-2}; a_{n-3}, pokud platí: $a_{n-1} = -7$.

Úloha 8: Napiš první 4 členy rekurentně zadaných posloupností.

$a_1=3;\ a_{n+1}=a_n+2,\ n\in\mathbb{N}$ $a_1= -0{,}25;\ a_{n+1}= -2a_n,\ n\in\mathbb{N}$ $a_1=1;\ a_{n+1}=a_n+n,\ n\in\mathbb{N}$ $a_1=1;\ a_{n+1}=(a_n)^2-2a_n,\ n\in\mathbb{N}$

Úloha 9: Napiš prvních 6 členů rekurentně zadaných posloupností

$a_1=1;\ a_2=3;\ a_{n+2}=a_{n+1}+ a_n,\ n\in\mathbb{N}$ $a_1=2;\ a_2= -1;\ a_{n+2}=a_{n+1}- 2a_n,\ n\in\mathbb{N}$ $a_1=1;\ a_2= -1;\ a_{n+2}=a_{n+1}+ a_{n+1}.a_n,\ n\in\mathbb{N}$

Úloha 10: Je dána posloupnost $(3n-1)_{n=1}^{\infty}$. Vyjádři ji rekurentně. Zkus dva postupy, nejprve vypiš několik jejich prvních členů a najdi rekurentní vyjádření pomocí vztahů mezi členy. Poté zkus vypsat vzorec pro n+první člen a uprav ho tak, aby se v něm objevil vzorec pro n-tý člen.

Výpisem prvků *Pomocí úpravy vzorce*

Úloha 11: Pro posloupnosti zadané vzorcem pro n-tý člen najdi rekurentní vyjádření.

$\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)_{n=1}^{\infty}$ $\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$

Úloha 12: Pro následující rekurentně dané posloupnosti najdi vzorec pro n-tý člen.

$a_1=1;\ a_{n+1}=2a_n,\ n\in\mathbb{N}$ $a_1= 1;\ a_{n+1}= a_n+2;\ n\in\mathbb{N}$

Poznámka na závěr: nejznámější rekurentně zadaná posloupnost je Fibonacciho posloupnost. Nehodil by se někomu bodík?

Zpracoval Mgr. Petr Vanický na základě lekcí 8.1.1 až 8.1.3 na serveru Realisticky.cz *(http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=87)*
Zdroje: KRYNICKÝ, Martin. Posloupnosti a jejich vlastnosti. Realisticky.cz [online]. 2010 [cit. 2016-01-24]. Dostupné z: http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=87