Pracovní list – PP05 – Nezávislé pokusy a binomické rozdělení

Příklad 1: Obyčejnou kostkou provedeme dva hody. Urči pravděpodobnost, že při prvním hodu kostkou padne liché číslo a při druhém číslo sudé. *Šetřete místem!*

$$\Omega=\left\{\begin{matrix}(1;1) & (1;2) & (1;3) & (1;4) & (1;5) & (1;6)\\ (2;1) & (2;2) & (2;3) & (2;4) & (2;5) & (2;6)\\ (3;1) & (3;2) & (3;3) & (3;4) & (3;5) & (3;6)\\ (4;1) & (4;2) & (4;3) & (4;4) & (4;5) & (4;6)\\ (5;1) & (5;2) & (5;3) & (5;4) & (5;5) & (5;6)\\ (6;1) & (6;2) & (6;3) & (6;4) & (6;5) & (6;6)\end{matrix}\right\}$$

Řekneme, že dílčí pokusy jsou **nezávislé**, jestliže pro všechny možné výsledky (ω_1, ω_2) platí: $\mathbf{p(\omega_1, \omega_2) = p(\omega_1).\ p(\omega_2)}$. Jsou-li dílčí pokusy nezávislé a je-li jev A určen pouze výsledky prvního dílčího pokusu a jev B výsledky druhého dílčího pokusu, jsou jevy A, B nezávislé.

Příklad 2: Podle předchozí definice zkuste ověřit, zda jsou pokusy z příkladu 1 nezávislé. *Výpočty proveďte u příkladu 1 a sem napište pouze výsledek.*
Pokusy v příkladu jedna jsou **nezávislé** x **závislé**

Praktický problém: *Přesvědčit se pomocí definice, že dva pokusy jsou nezávislé, nebude ani snadné ani rychlé (těch dvojic, co bychom museli ověřit) ⇒ za nezávislé budeme považovat pokusy, které se navzájem neovlivňují.*

Příklad 3: Rozhodni, zda můžeme za nezávislé považovat následující dvojice pokusů:

a) dva hody kostkou; **nezávislé** x **závislé**

b) tažení prvních dvou čísel sportky; **nezávislé** x **závislé**

c) hod dvěma mincemi; **nezávislé** x **závislé**

d) tažení dvojice koulí z osudí, prvně taženou kouli vracíme zpět; **nezávislé** x **závislé**

e) tažení dvojice koulí z osudí, prvně taženou kouli zpět nevracíme**.** **nezávislé** x **závislé**

Příklad 4: Obyčejnou kostkou provedeme dva hody. Urči pravděpodobnost, že při prvním hodu kostkou padne menší číslo než při druhém.
Příklad řeš pomocí vzorce z prvního rámečku a výsledek ověř pomocí tabulky všech možných výsledků u př. 1

Příklad 5: V osudí je jedna bílá, tři zelené a čtyři modré koule. Koule jedné barvy jsou navzájem nerozlišitelné. Při jednom tahu vytáhneme jednu kouli, zapíšeme její barvu a poté kouli vrátíme do osudí. Urči pravděpodobnost vytažení koulí jednotlivých barev v jednom tahu. Urči pravděpodobnost, že ve třech tazích po sobě vytáhneme:

a) postupně bílou, zelenou a modrou kouli;

b) v prvních dvou tazích modrou a ve třetím bílou nebo zelenou kouli;

c) právě dvě zelené koule;

d) jednu kouli od každé barvy.

Příklad 6: V testu je deset otázek, ke každé jsou přiřazeny čtyři možné odpovědi, z nichž právě jedna je vždy správná. Student látku neumí a své odpovědi zaškrtává náhodně. S jakou pravděpodobností zaškrtne:

a) právě čtyři správné odpovědi;

b) alespoň osm správných odpovědí.

Příklad 7: Basketbalista hází trestný hod (šestku) s pravděpodobností úspěchu 0,9. Urči pravděpodobnosti, že z pěti hodů:
Basketbalista je profík a nezdar v některém hodu ho nijak nerozhodí ☺

a) dá 5 košů;

b) dá alespoň jeden koš;

c) dá nejdříve tři koše a pak dvakrát chybuje;

d) dá tři koše a udělá dvě chyby v libovolném pořadí.

Binomické rozdělení: Mějme **n nezávislých** pokusů, z nichž každý skončí buď **zdarem** s pravděpodobností p, nebo **nezdarem** s pravděpodobností q. Potom pravděpodobnost jevu A_k , že právě k pokusů bude zdařilých je $P(A_k)=$

Příklad 8: Urči pravděpodobnost, že při deseti hodech mincí padne **alespoň** osmkrát líc.

Příklad 9: Urči pravděpodobnost, že rodina se čtyřmi dětmi má:

a) 2 hochy a 2 dívky;

b) 3 hochy a 1 dívku.

Příklad 10: Student píše test, který obsahuje 15 otázek, ke každé otázce existují čtyři možné odpovědi, z nichž právě jedna je správná. Jaká je pravděpodobnost, že student odpoví správně na **alespoň pět otázek** (a test úspěšně splní), pokud problematiku vůbec neovládá a odpovědi volí náhodně?

Příklad 11: Jak se pravděpodobnost z příkladu 10 změní, pokud neplatí, že vždy existuje právě jedna správná odpověď, ale správné mohou být všechny nebo také žádná ze čtyř nabízených odpovědí?

Výsledky: 1: 0,25; 2: N; 3: N, Z, N, N, Z; 4: 0,41; 5: 0,023; 0,125; 0,26; 0,14; 6: 0,15; 0,00042; 7: 0,59049; 0,99999; 0,00729; 0,0729; 8: 0,0547; 9: 0,375; 0,25; 10: 0,3135; 11: 0,00168

Zpracoval Mgr. Petr Vanický na základě lekcí 9.2.9 a 9.2.10 na serveru Realisticky.cz *(http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=73)*
Zdroje: KRYNICKÝ, Martin. Pravděpodobnost. Realisticky.cz [online]. 2010 [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=73