

Pracovní list – KOMB 03 – Permutace a faktoriál

Opakování 1: Do závodu odstartovalo 23 závodníků. Kolika způsoby se mohou závodníci umístit na prvních šesti bodovaných místech?

Opakování 2: Na plese se losuje 5 různých nejskvělejších cen z 300 lístků. Kolika způsoby může losování dopadnout?

Opakování 3: Rozepiš:

$$V_3(n+1)=$$

$$V_2(k-1)=$$

Příklad 1: Sportovního turnaje se účastní 5 družstev. Kolik existuje možných konečných pořadí?

Opakování 4: Z množiny dnů v týdnu vytvoř nejméně 3 různé trojčlenné variace?

Příklad 2: Kolika způsoby se může seřadit při rozlosování do řady 10 dětí na letním táboře?

Zkus najít některé společné rysy předchozích dvou příkladů.

.....
.....

.....
.....

Permutace z n prvků je uspořádaná n -tice sestavená z těchto prvků tak, že každý se v ní vyskytuje právě jednou.

Jaký je rozdíl mezi permutací a variací? Jaký je mezi nimi vztah?

.....
.....

Příklad 3: Urči počet permutací z n prvků.

Pro každé přirozené číslo n definujeme $n!$
Počet $P(n)$ všech permutací z n prvků se rovná $P(n) = n!$.

Hodnota $n!$ se nazývá **n faktoriál**. Platí $0!=1$

Příklad 4: Rozepiš a vypočti.

$$P(5)=$$

$$P(1)=$$

$$P(3)=$$

$$4!=$$

$$8!=$$

$$50!=$$

Příklad 5: Máme množinu se třemi prvky: $M = \{a, b, c\}$. Vypiš všechny permutace sestavené z těchto tří prvků. Urči jejich počet pomocí vzorce a překontroluj s vypsanými možnostmi. Poznámka: *Při výpisu možností postupujte systematicky, abyste na nějakou možnost nezapomněli!*

Příklad 6: Televizního pořadu, ve kterém diváci kladou politikům nepříjemné otázky, se účastní i občané Nora, Oldřich, Pavlína, Radek, Stanislav, Tamara a Uršula. Každý účastník může položit jednu otázku. Urči počet všech možných pořadí, ve kterých:

a) mohou položit své dotazy

b) položí dotazy nejdříve ženy a pak muži

c) položí svůj dotaz Pavlína a hned po ní Radek

d) Nora položí svůj dotaz dřív než Tamara.

Příklad 7: Zapiš jedním faktoriálem

$$5 \cdot 4! =$$

$$(n + 1) \cdot n! =$$

$$\frac{6!}{6 \cdot 5} =$$

Příklad 8: Zjednoduš a vypočti bez použití kalkulačky $\frac{8!}{6!}$, $\frac{4!}{7!}$, $\frac{10!}{7 \cdot 5! \cdot 5!}$, $\frac{1}{10!} + \frac{1}{9!}$

Příklad 9: Zjednoduš výrazy $\frac{n!}{(n-1)!}$, $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$, $\frac{(n-3)!}{(n-1)!}$, $\frac{n+1}{n!} - \frac{2n+1}{(n+1)!}$

Příklad 10: Nedal by se pomocí faktoriálů zapsat i vzorec pro výpočet počtu variací? Zkuste něčím (*šikovnou jedničkou?*) doplnit rozepsaný vzorec pro výpočet

$$V_4(7) =$$

$$V_2(5) =$$

$$V_k(n) =$$

Počet $V_k(n)$ k-členných variací z n prvků je $V_k(n) =$

Ověřte, zda vzorec platí i pro Permutace

Pro permutace vzorec

Příklad 11: Urči, kolika způsoby může n táborníků nastoupit na rozsvičku:

a) do řady

b) do řady, na jejímž kraji stojí táborník Vlčí Dráp

c) do řady, ve které stojí vedle sebe Vlčí Dráp a Soví Oko

d) do řady, ve které stojí vedle sebe trojice táborníků Vlčí Dráp, Soví Oko a Medvědí Tlapa

e) do řady, ve které Vlčí Dráp nestojí vedle Rysího Spáru

f) do kruhu, v němž záleží pouze na vzájemném umístění táborníků a ne na jejich poloze vzhledem k okolí.