Pracovní list – KC02 – Umocňování a dělení KČ

Opakování: Vypočítej $i(1+i)(2-i)-(-2+2i)=$

Pro libovolná komplexní čísla **z, z_1, z_2** a všechna přirozená čísla **n, m** platí:

$z^m . z^n =$ $(z_1 . z_2)^m =$ $(z^m)^n =$

Příklad 1: Doplň tabulku

i	i^2	i^3	i^4	i^5	i^6	i^7	i^8	i^9	i^{10}	i^{11}	i^{12}	i^{13}

Na základě předchozí tabulky zkus zformulovat pravidlo pro výpočet mocniny i.

Příklad 2: Vypočítej $i^{20} =$ $i^{41} =$ $i^{79} =$

$i^3 + i^{13} + i^{33} + i^{23} + i^{43} =$

Příklad 3: Vypočítej

$(3+2i)^2 =$

$(2-i)^3 =$

$(2+i)^4 =$

Příklad 4: Vypočítej $(1+i)^{16}$ *Pozor, roznásobovat 16 závorek není dobrá cesta. Zkus navrhnout rychlejší metodu. Nebylo by možné využít nějaký vzorec pro umocňování?*

Příklad 5: Vypočítej

Co mají všechny výsledky společného?

$(3+2i)(3-2i) =$

$(1+2i)(1-2i) =$

$(2-5i)(2+5i) =$

Příklad 6: Jakým číslem je třeba vynásobit následující komplexní čísla, aby výsledný součin byl reálným číslem?
$(1+7i)$ $\quad$ $(3-i)$ $\quad$ $(a+bi))$

Definice: Číslo **komplexně sdružené** s číslem **z = a+ bi** je číslo $\overline{a+bi} =$

Příklad 7: Vypočítej
$\overline{1+i} =$ $\quad$ $\overline{2-4i} =$ $\quad$ $\overline{-1+2i} =$ $\quad$ $\overline{-\sqrt{2}+(2-\sqrt{3})i} =$

$\overline{(2+i)(3-2i)} =$ $\quad$ $\overline{\overline{3-2i}+1-i} =$

Pro libovolná komplexní čísla z, z_1, z_2, $z_3 \neq 0$ **platí:** $\overline{-z} = -\overline{z}$, $\quad \overline{z_1+z_2} = \overline{z_1}+\overline{z_2}$,

$\overline{z_1-z_2} = \overline{z_1}-\overline{z_2}$, $\quad \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$, $\quad \overline{\left(\frac{1}{z_3}\right)} = \frac{1}{\overline{z_3}}$, $\quad \overline{\left(\frac{z}{z_3}\right)} = \frac{\overline{z}}{\overline{z_3}}$

Dělení komplexních čísel

Lze výraz $\frac{a+bi}{c+di}$ převést na komplexní číslo v algebraickém tvaru? Jak se zbavit symbolu i ve jmenovateli?

....

Příklad 8: Vypočítej výše uvedeným postupem podíl $\frac{3+2i}{2-i}$ a ověř správnost výsledku zpětným vynásobením

Příklad 9: Vypočítej $\frac{2-i}{i}$ $\quad$ $\frac{2-i}{2+i}$ $\quad$ $\frac{(2+i)(1+2i)}{1+3i}$

Definice: Pro všechna komplexní čísla z **různá od nuly** a pro všechna **přirozená** čísla n definujeme $z^{-n} = \left(\frac{1}{z}\right)^n$

Příklad 10: Vypočítej $(1-i)^{-2} =$ $\quad$ $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{-1} =$

Příklad 11: Převeď na algebraický tvar číslo $\dfrac{\frac{1+2i}{1-i}+i}{1-\frac{2-i}{3+i}} =$

Zpracoval Mgr. Petr Vanický na základě lekcí 6.1.3 - 6.1.4 na serveru Realisticky.cz *(http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=75)*
Zdroje: KRYNICKÝ, Martin. Základní vlastnosti komplexních čísel. Realisticky.cz [online]. 2010 [cit. 2015-02-28]. Dostupné z: http://www.realisticky.cz/kapitola.php?id=75